Exámenes de Selectividad

Física. Comunidad Valenciana 2023, Ordinaria

mentoor.es

Cuestión 1. Campo Gravitatorio

Deduce razonadamente la expresión del periodo de un planeta en una órbita circular alrededor del Sol, en función del radio de la órbita y de la masa del Sol. Suponiendo que las órbitas de la Tierra y Urano son circulares, de radios $r_T = 1,5 \cdot 10^{11}$ m y $r_U = 2,9 \cdot 10^{12}$ m respectivamente, calcula el periodo orbital de Urano en años terrestres. Utiliza exclusivamente los datos del enunciado.

Solución:

Para deducir la relación entre el periodo orbital T de un planeta y el radio de su órbita r, consideramos que el movimiento es circular uniforme. Según el segundo principio de la dinámica de Newton, la fuerza gravitatoria F_g que actúa sobre el planeta es igual a la fuerza centrípeta F_c necesaria para mantener el movimiento circular:

$$F_g = F_c.$$

La fuerza gravitatoria está dada por:

$$F_g = \frac{G \cdot M_S \cdot M_P}{r^2},$$

y la fuerza centrípeta por:

$$F_c = \frac{M_P \cdot v^2}{r},$$

donde:

- G es la constante de gravitación universal,
- M_S es la masa del Sol,
- M_P es la masa del planeta,
- v es la velocidad orbital del planeta.

Igualando las dos expresiones:

$$\frac{G \cdot M_S \cdot M_P}{r^2} = \frac{M_P \cdot v^2}{r}$$

Simplificando M_P y multiplicando ambos lados por r:

$$\frac{G \cdot M_S}{r} = v^2.$$

La velocidad orbital v está relacionada con el periodo T mediante:

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$$

Sustituyendo v en la ecuación anterior:

$$\frac{G \cdot M_S}{r} = \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}\right)^2.$$

Desarrollando la expresión:

$$\frac{G \cdot M_S}{r} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^2}{T^2}.$$

Despejando T^2:

$$T^2 = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^3}{G \cdot M_S}.$$

Entonces, la expresión del periodo orbital es

$$T = \sqrt{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^3}{G \cdot M_S}}.$$

Sin embargo, podemos relacionar el periodo de Urano T_U con el de la Tierra T_T usando las proporciones de sus radios (dividiendo sus respectivas expresiones para el periodo y simplificando):

$$\frac{T_U^2}{T_T^2} = \frac{r_U^3}{r_T^3}$$

Dado que el periodo de la Tierra T_T es 1 año, se simplifica a:

$$T_U = \sqrt{\frac{r_U^3}{r_T^3}}.$$

Sustituyendo los valores dados:

$$T_U = \sqrt{\frac{(2,9 \cdot 10^{12}\ \mathrm{m})^3}{(1,5 \cdot 10^{11}\ \mathrm{m})^3}} = 85 \text{ años.}$$

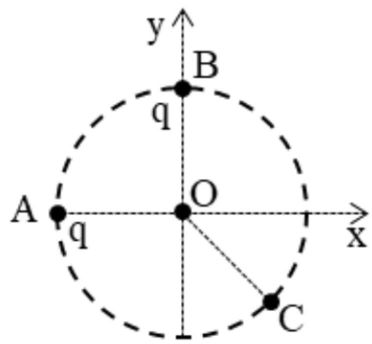
Por lo tanto, la expresión del periodo orbital es

$$\boldsymbol{T = \sqrt{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^3}{G \cdot M_S}},}$$

y el periodo orbital de Urano es aproximadamente 85 años terrestres.

Cuestión 2. Campo Electromagnético

Dos cargas puntuales $q = -1$ nC están situadas en los puntos A y B de la circunferencia de radio r de la figura. Representa en el punto O el vector campo eléctrico generado por cada carga y el vector campo eléctrico total, indicando el ángulo que forma este último con el eje x. Razona el signo y valor de la carga Q que habrá que situar en el punto C (equidistante de A y B) para que el campo total de las tres cargas sea nulo en el punto O.



Solución:

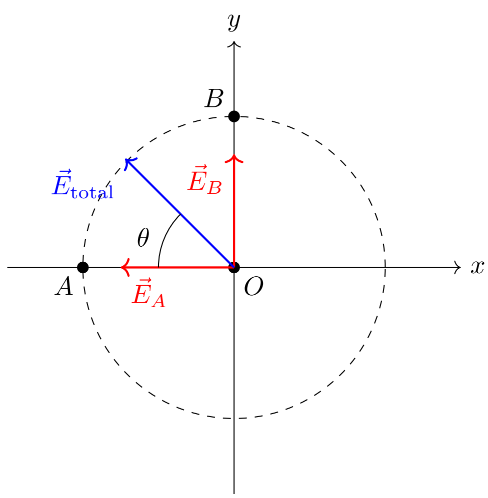
Primero, calculamos el campo eléctrico en el origen debido a cada carga. La carga en A está en $(-r, 0)$ y es $q = -1$ nC. El campo eléctrico en O debido a esta carga es:

$$\vec{E}_A = -\frac{K|q|}{r^2}\vec{i} = -\frac{K \cdot 10^{-9}}{r^2}\vec{i},$$

donde $E = \dfrac{K|q|}{r^2}$ y $\vec{i}$ es el vector unitario en la dirección positiva del eje x. La carga en B está en $(0, r)$ y es $q = -1$ nC. El campo eléctrico en O debido a esta carga es:

$$\vec{E}_B = \frac{K|q|}{r^2}\vec{j} = \frac{K \cdot 10^{-9}}{r^2}\vec{j},$$

donde $\vec{j}$ es el vector unitario en la dirección positiva del eje y. Ahora, representamos los vectores campo eléctrico en el punto O:



El campo eléctrico total en O es la suma de los campos:

$$\vec{E}_{\text{total}} = \vec{E}_A + \vec{E}_B = -\frac{K \cdot 10^{-9}}{r^2}\vec{i} + \frac{K \cdot 10^{-9}}{r^2}\vec{j}.$$

El ángulo que forma $\vec{E}_{\text{total}}$ con el eje x es:

$$\tan\theta = \frac{E_y}{E_x} = \frac{|\vec{E}_A|}{|\vec{E}_A|} = 1 \quad \Rightarrow \quad \theta = 45°.$$

Entonces, el ángulo que forma con el eje x es: $180° - 45° = 135°$. Para anular el campo eléctrico total en O, necesitamos una carga Q en el punto C que genere un campo eléctrico $\vec{E}_Q$ tal que:

$$\vec{E}_{\text{total}} + \vec{E}_Q = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \vec{E}_Q = -\vec{E}_{\text{total}} = \frac{K \cdot 10^{-9}}{r^2}\vec{i} - \frac{K \cdot 10^{-9}}{r^2}\vec{j}.$$

Ahora bien,

$$|\vec{E}_Q| = \sqrt{\left(\frac{K \cdot 10^{-9}}{r^2}\right)^2 + \left(-\frac{K \cdot 10^{-9}}{r^2}\right)^2} = \sqrt{2 \cdot \left(\frac{K \cdot 10^{-9}}{r^2}\right)^2} = \sqrt{2} \cdot \frac{K \cdot 10^{-9}}{r^2}.$$

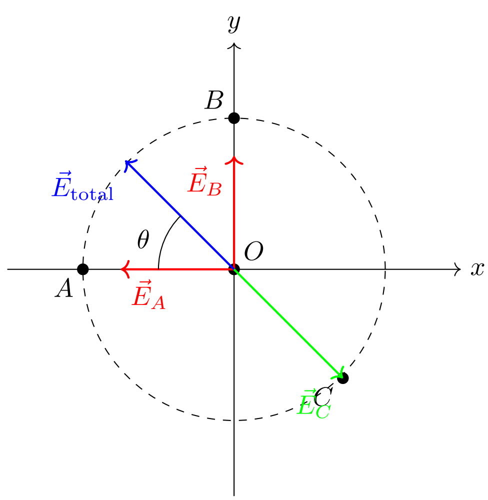
Por otro lado, sabemos que:

$$|\vec{E}_Q| = K \cdot \frac{|Q|}{r^2}.$$

Igualamos ambas expresiones:

$$\sqrt{2} \cdot \frac{K \cdot 10^{-9}}{r^2} = K \cdot \frac{|Q|}{r^2} \quad \Rightarrow \quad |Q| = \sqrt{2} \cdot 10^{-9} = 1,41 \cdot 10^{-9} \text{ C}.$$

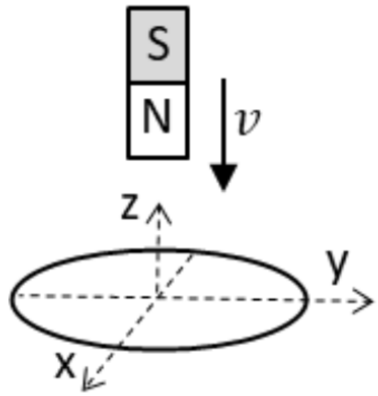
El signo de Q debe ser negativo para que su campo eléctrico se dirija en sentido contrario a $\vec{E}_{\text{total}}$. Entonces, $Q = -1,41 \cdot 10^{-9}$ C.



Por lo tanto, debemos colocar una carga negativa, $Q = -1,41 \cdot 10^{-9}$ C, en el punto C para que el campo total en O sea nulo.

Cuestión 3. Campo Electromagnético

Un imán se mueve con velocidad $\vec{v}$, acercándose perpendicularmente al plano de una espira conductora circular, como indica la figura. Razona por qué se induce una corriente en la espira, basándote en la ley que explica este fenómeno. Explica el sentido de la corriente inducida y dibújalo sobre la espira. ¿Cuál es la corriente inducida si el imán permanece quieto?



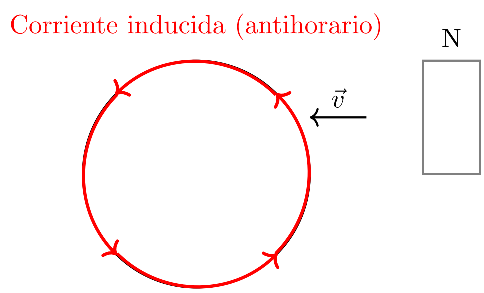
Solución:

Cuando el imán se acerca a la espira, el flujo magnético a través de la espira aumenta. Según la *Ley de Faraday*, una variación en el flujo magnético induce una fuerza electromotriz (fem) en la espira:

$$\text{fem} = -\frac{d\Phi_B}{dt}.$$

El signo negativo indica que la fem inducida genera una corriente que se opone al cambio de flujo (*Ley de Lenz*). El sentido de la corriente inducida es tal que el campo magnético creado por ella se opone al aumento del flujo original. Dado que el campo magnético del imán entra en la espira por el lado del norte magnético, la corriente inducida debe generar un campo magnético saliendo de la espira (para oponerse al incremento del flujo entrante).

Aplicando la *regla de la mano derecha*, la corriente inducida fluirá en sentido antihorario visto desde el imán hacia la espira.



Si el imán permanece *quieto*, no hay variación del flujo magnético ($d\Phi_B/dt = 0$), por lo que no se induce ninguna corriente en la espira.

Por lo tanto, se induce una corriente en la espira debido a la variación del flujo magnético (Ley de Faraday), y su sentido es antihorario para oponerse al incremento del flujo (Ley de Lenz), mientras que, si el imán está quieto, no se induce corriente.

Cuestión 4. Ondas

Una onda armónica está descrita por la función $y(x,t) = A\sin(2\pi ft - kx + \varphi)$, y se propaga por un medio con velocidad v. ¿Cómo cambian su frecuencia, número de onda y fase inicial cuando esta onda pasa a otro medio donde su velocidad de propagación es $2v$?

Solución:

Al pasar a otro medio, la *frecuencia* (f) de la onda permanece constante, ya que depende únicamente de la fuente que genera la onda. La *velocidad* de propagación cambia de v a $v' = 2v$. La longitud de onda en el nuevo medio es:

$$\lambda' = \frac{v'}{f} = \frac{2v}{f} = 2\lambda.$$

El *número de onda* (k) está relacionado con la longitud de onda por:

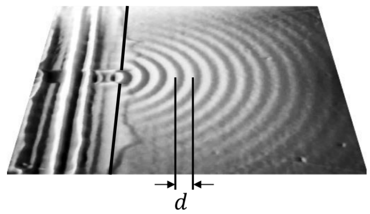
$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad k' = \frac{2\pi}{\lambda'} = \frac{2\pi}{2\lambda} = \frac{k}{2}.$$

La *fase inicial* (φ) no depende del medio de propagación, sino de las condiciones iniciales en el punto de origen de la onda, por lo que permanece inalterada.

Por lo tanto, al cambiar de medio donde la velocidad de propagación es $2v$, la frecuencia f y la fase inicial φ no cambian, mientras que el número de onda k se reduce a la mitad.

Cuestión 5. Ondas

La figura muestra, en un instante fijo, una onda plana que incide desde la izquierda sobre una pared con un pequeño orificio y pasa a ser una onda circular. ¿Cómo se llama este fenómeno? Explica en qué consiste. ¿Qué magnitud física es la distancia d que se representa en la figura?



Solución:

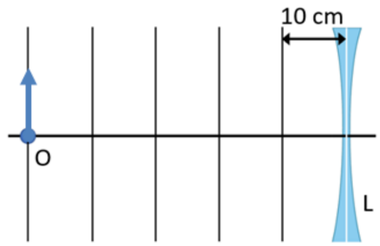
El fenómeno observado es la *difracción de una onda.* La difracción es la desviación de las ondas al encontrarse con obstáculos o aberturas cuyo tamaño es comparable a su longitud de onda. Al pasar por el orificio, la onda plana se convierte en una onda circular que se propaga en todas direcciones detrás de la barrera.

La distancia d representada en la figura, que marca la separación entre dos frentes de onda circulares consecutivos, corresponde a la *longitud de onda* (λ) de la onda, que es la distancia mínima entre dos puntos que están en fase.

Por lo tanto, el fenómeno es la difracción, que ocurre cuando una onda atraviesa una abertura pequeña y se expande en forma circular. La magnitud d es la longitud de onda λ de las ondas.

Cuestión 6. Óptica

En la figura se muestra una lente, L, y la posición de un objeto, O. La imagen es virtual y se encuentra a 10 cm de la lente. Determina la distancia focal imagen de la lente, la potencia de la lente en dioptrías y el tamaño de la imagen si el objeto mide 5 cm.



Solución:

Para calcular la distancia focal (f') utilizamos la ecuación de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s},$$

donde $s = -50$ cm (distancia del objeto, negativa porque está a la izquierda de la lente) y $s' = -10$ cm (distancia de la imagen, negativa porque es virtual y está a la misma izquierda de la lente). Sustituimos:

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{-10} - \frac{1}{-50} = -\frac{1}{10} + \frac{1}{50} = -\frac{5}{50} + \frac{1}{50} = -\frac{4}{50} = -\frac{2}{25} \quad \Rightarrow \quad f' = -\frac{25}{2} = -12{,}5 \text{ cm}.$$

La potencia en dioptrías es:

$$P = \frac{1}{f \text{ (en metros)}} = \frac{1}{-0{,}125} = -8 \text{ dioptrías}.$$

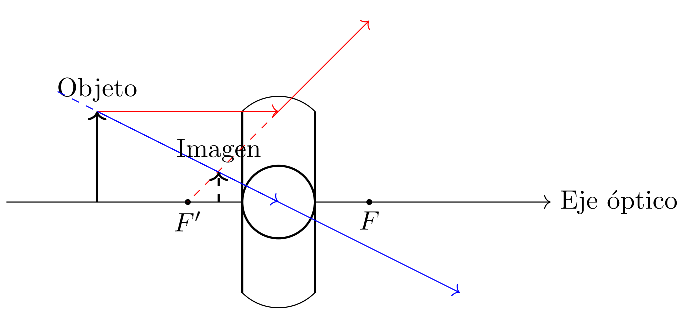
El aumento lateral (m) es:

$$m = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{-10}{-50} = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}.$$

Entonces,

$$y' = my = \frac{1}{5} \cdot 5 \text{ cm} = 1 \text{ cm}.$$

El signo negativo indica que la imagen está derecha respecto al objeto:



Por lo tanto, la distancia focal de la lente es $f' = -12{,}5$ cm, su potencia es -8 dioptrías y el tamaño de la imagen es $y' = 1$ cm.

Cuestión 7. Física Moderna

Un neutrón tiene una energía cinética relativista de 50 MeV. Determina la relación (cociente) entre la energía total del neutrón y su energía en reposo. Calcula la velocidad del neutrón.

Dato: masa en reposo del neutrón, $m_0 = 940$ MeV/c^2; velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Solución:

La energía total (E_{total}) es la suma de la energía en reposo (E_0) y la energía cinética (E_c):

$$E_{\text{total}} = E_0 + E_c = 940 \text{ MeV} + 50 \text{ MeV} = 990 \text{ MeV}$$

La relación entre la energía total y la energía en reposo es:

$$\frac{E_{\text{total}}}{E_0} = \frac{990 \text{ MeV}}{940 \text{ MeV}} = 1{,}0532.$$

Sabemos que:

$$E_{\text{total}} = \gamma m_0 c^2 \quad \Rightarrow \quad \gamma = \frac{E_{\text{total}}}{E_0} = 1{,}0532.$$

La velocidad se calcula mediante el factor de Lorentz:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \Rightarrow \quad \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{\gamma}.$$

Despejando v:

$$v = c\sqrt{1 - \left(\frac{1}{\gamma}\right)^2} = c\sqrt{1 - \left(\frac{1}{1{,}0532}\right)^2} = c \cdot 0{,}3138 = 0{,}3138 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 9{,}41 \cdot 10^7 \text{ m/s}.$$

Por lo tanto, la relación entre la energía total y la energía en reposo del neutrón es 1,0532, y su velocidad es $v = 9{,}41 \cdot 10^7$ m/s.

Cuestión 8. Física Moderna

El potencial de frenado de una célula fotoeléctrica es nulo cuando la luz incidente tiene la longitud de onda umbral, $\lambda_0 = 540$ nm. Determina la frecuencia umbral. Obtén la expresión del potencial de frenado ΔV en función de la frecuencia f de la luz incidente y explica en qué te basas para deducirla.

Datos: carga eléctrica elemental, $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; constante de Planck, $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s; velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Solución:

La frecuencia umbral (f_0) es:

$$f_0 = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{540 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 5{,}56 \cdot 10^{14} \text{ Hz}.$$

La ecuación del efecto fotoeléctrico es:

$$E_{\text{fotón}} = hf = W + E_c,$$

donde $W = hf_0$ es el trabajo de extracción y E_c es la energía cinética máxima de los electrones emitidos. La energía cinética máxima está relacionada con el potencial de frenado ΔV por:

$$E_c = q\Delta V -$$

Entonces,

$$hf = hf_0 + q\Delta V \quad \Rightarrow \quad q\Delta V = h(f - f_0).$$

Despejando ΔV:

$$\Delta V = \frac{h}{q}(f - f_0)$$

Nótese que hemos aplicado la conservación de la energía en el efecto fotoeléctrico, considerando que la energía del fotón se utiliza para extraer el electrón (trabajo de extracción) y el excedente se convierte en energía cinética.

Por lo tanto, la frecuencia umbral es $f_0 = 5{,}56 \cdot 10^{14}$ Hz y el potencial de frenado se expresa como $\Delta V = \frac{h}{q}(f - f_0)$, basada en la ecuación del efecto fotoeléctrico y la conservación de la energía.

Problema 1. Campo Gravitatorio

El satélite Sentinel 1 se utiliza para la monitorización del suelo terrestre por teledetección. Tiene una masa $m = 2200$ kg y completa 14,5 órbitas circulares alrededor de la Tierra cada día.

a) **Deduce la relación entre el radio de la órbita, la masa de la Tierra y la velocidad angular del Sentinel 1. Calcula la altura a la que se encuentra orbitando.**

b) **Calcula la velocidad orbital, la energía cinética y la energía mecánica del Sentinel 1.**

Dato: constante de gravitación universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N·m^2/kg^2; masa de la Tierra, $M = 6,0 \cdot 10^{24}$ kg; radio de la Tierra, $R = 6370$ km.

Solución:

a) **Deduce la relación entre el radio de la órbita, la masa de la Tierra y la velocidad angular del Sentinel 1. Calcula la altura a la que se encuentra orbitando.**

La fuerza gravitatoria proporciona la fuerza centrípeta necesaria para mantener al satélite en órbita circular:

$$\frac{GMm}{r^2} = m\omega^2 r,$$

donde:
- G es la constante de gravitación universal,
- M es la masa de la Tierra,
- m es la masa del satélite,
- r es el radio de la órbita,
- ω es la velocidad angular del satélite.

Simplificando la masa m:

$$\frac{GM}{r^2} = \omega^2 r.$$

Reordenando para obtener la relación entre r, M y ω:

$$\omega^2 = \frac{GM}{r^3}.$$

El satélite completa $n = 14{,}5$ órbitas al día. El periodo orbital (T) es:

$$T = \frac{\text{Tiempo total}}{\text{Número de órbitas}} = \frac{24 \cdot 3600 \text{ s}}{14{,}5} = \frac{86400 \text{ s}}{14{,}5} = 5965{,}5172 \text{ s}.$$

La velocidad angular ω es:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{5965{,}5172 \text{ s}} = 0{,}0010532 \text{ rad/s}.$$

Despejamos r de la relación anterior:

$$r^3 = \frac{GM}{\omega^2}.$$

Sustituyendo los valores:

$$r^3 = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \text{ N·m}^2/\text{kg}^2 \cdot 6{,}0 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{(0{,}0010532 \text{ rad/s})^2} = \frac{4{,}002 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2}{1{,}1092 \cdot 10^{-6} \text{ rad}^2/\text{s}^2} = 3{,}6068 \cdot 10^{20} \text{ m}^3$$

Calculamos r:

$$r = \sqrt[3]{3{,}6068 \cdot 10^{20} \text{ m}^3} = 7,113 \cdot 10^6 \text{ m}.$$

La altura h sobre la superficie terrestre es:

$$h = r - R = 7113 \text{ km} - 6370 \text{ km} = 743 \text{ km}.$$

Por lo tanto, la altura a la que orbita el satélite es 743 km sobre la superficie terrestre.

b) **Calcula la velocidad orbital, la energía cinética y la energía mecánica del Sentinel 1.**

La velocidad orbital (v) es:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N·m}^2/\text{kg}^2 \cdot 6{,}0 \cdot 10^{24}\ \text{kg}}{7113000\ \text{m}}} = 7500,4\ \text{m/s}.$$

La energía cinética es:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 2200\ \text{kg} \cdot (7500,4\ \text{m/s})^2 = 6,19 \cdot 10^{10}\ \text{J}.$$

La energía potencial gravitatoria es:

$$E_p = -\frac{GMm}{r} = -\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N·m}^2/\text{kg}^2 \cdot 6{,}0 \cdot 10^{24}\ \text{kg} \cdot 2200\ \text{kg}}{7113000\ \text{m}} = -1,25 \cdot 10^{11}.$$

La energía mecánica total es:

$$E_{\text{mec}} = E_c + E_p = -6,19 \cdot 10^{10}\ \text{J}.$$

Por lo tanto, la velocidad orbital es aproximadamente 7500,4 m/s, la energía cinética es $\mathbf{6{,}19 \cdot 10^{10}}$ J y la energía mecánica total es $\mathbf{-6{,}19 \cdot 10^{10}}$ J.

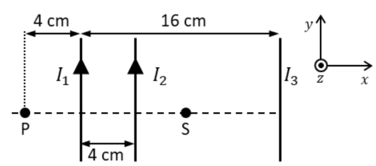
Problema 2. Campo Electromagnético

Se tienen tres conductores rectilíneos muy largos y paralelos entre sí. Por dos de los conductores circulan corrientes eléctricas $I_1 = 2,0$ A e $I_2 = 4,0$ A en el sentido que se indica en la figura.

a) **Calcula la intensidad y el sentido de la corriente en el otro conductor I_3 para que el campo magnético en el punto P de la figura sea nulo.**

b) **El vector campo magnético en el punto S es $\vec{B}_S = -7,5 \cdot 10^{-7}\vec{k}$ T, determina la fuerza que actúa sobre una carga de 1 μC que pasa por S con una velocidad $v = -10^5\vec{j}$ m/s.**

Dato: permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T·m/A.



Solución:

a) **Calcula la intensidad y el sentido de la corriente en el otro conductor I_3 para que el campo magnético en el punto P de la figura sea nulo.**

Primero, analizamos el campo magnético producido por cada conductor en el punto P. El campo magnético generado por un conductor rectilíneo infinito en un punto a una distancia d es:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}.$$

Usamos la regla de la mano derecha para determinar el sentido del campo magnético:

- La corriente I_1 va hacia arriba $(+y)$, por lo que el campo B_1 en P es *saliente* del plano $(+\vec{k})$.
- La corriente I_2 va hacia abajo $(-y)$, por lo que el campo B_2 en P también es *saliente* del plano $(+\vec{k})$.
- Para que el campo total en P sea nulo, el campo B_3 debe ser *entrante* al plano $(-\vec{k})$, lo que ocurre si I_3 va hacia abajo $(-y)$.

Calculamos las distancias desde cada conductor hasta el punto P:

$$\begin{aligned} d_1 &= \text{distancia de } I_1 \text{ a } P = 4 \text{ cm} = 0,04 \text{ m},\\ d_2 &= \text{distancia de } I_2 \text{ a } P = 8 \text{ cm} = 0,08 \text{ m},\\ d_3 &= \text{distancia de } I_3 \text{ a } P = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}. \end{aligned}$$

Calculamos los campos magnéticos en P:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T·m/A} \cdot 2 \text{ A}}{2\pi \cdot 0,04 \text{ m}} = 1 \cdot 10^{-5} \text{ T},$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T·m/A} \cdot 4 \text{ A}}{2\pi \cdot 0,08 \text{ m}} = 1 \cdot 10^{-5} \text{ T},$$

La suma de los campos salientes es:

$$B_{\text{saliente}} = B_1 + B_2 = 1 \cdot 10^{-5} \text{ T} + 1 \cdot 10^{-5} \text{ T} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T}.$$

Para anular este campo, el campo entrante B_3 debe ser:

$$B_3 = B_{\text{saliente}} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T}.$$

Calculamos I_3:

$$B_3 = \frac{\mu_0 I_3}{2\pi d_3} \quad \Rightarrow \quad I_3 = \frac{2\pi d_3 B_3}{\mu_0}.$$

Sustituimos los valores:

$$I_3 = \frac{2\pi \cdot 0,2 \text{ m} \cdot 2 \cdot 10^{-5} \text{ T}}{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T·m/A}} = 20 \text{ A}.$$

El sentido de la corriente I_3 debe ser hacia abajo $(-y)$ para que su campo en P sea entrante al plano.

Por lo tanto, la intensidad de la corriente I_3 debe ser 20 A, circulando hacia abajo, para que el campo magnético en el punto P sea nulo.

b) El vector campo magnético en el punto S es $\vec{B}_S = -7,5 \cdot 10^{-7}\vec{k}$ T, determina la fuerza que actúa sobre una carga de 1 μC que pasa por S con una velocidad $v = -10^5\vec{j}$ m/s.

La fuerza magnética sobre una carga en movimiento está dada por la *Ley de Lorentz*:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}),$$

donde:

- $q = 1\ \mu\text{C} = 1 \cdot 10^{-6}$ C,
- $\vec{v} = -10^5\ \vec{j}$ m/s,
- $\vec{B}_S = -7,5 \cdot 10^{-7}\ \vec{k}$ T.

Calculamos el producto vectorial $\vec{v} \times \vec{B}$:

$$\vec{v} \times \vec{B} = (-10^5\ \vec{j}) \times (-7,5 \cdot 10^{-7}\ \vec{k}) = (-10^5)(-7,5 \cdot 10^{-7})(\vec{j} \times \vec{k}).$$

Sabemos que $\vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}$, por lo que:

$$\vec{v} \times \vec{B} = 7,5 \cdot 10^{-2}\ \vec{i}.$$

Calculamos la fuerza:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) = (1 \cdot 10^{-6} \text{ C})(7,5 \cdot 10^{-2}\ \vec{i}) = 7,5 \cdot 10^{-8}\ \vec{i} \text{ N}.$$

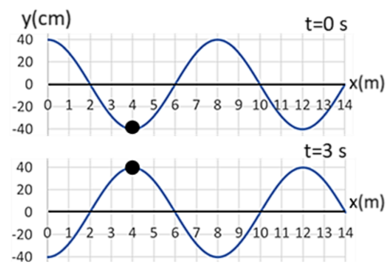
Por lo tanto, la fuerza que actúa sobre la carga es $\vec{F} = 7,5 \cdot 10^{-8}\ \vec{i}$ N.

Problema 3. Ondas

Una onda armónica se propaga hacia la izquierda por la superficie de un estanque y provoca la oscilación de una boya, que pasa de la posición más baja a la más alta en 3 s. La figura representa la onda y la boya (círculo negro) en los instantes $t = 0$ y $t = 3$ s.

a) **Determina la amplitud, longitud de onda, periodo, frecuencia y velocidad de propagación de la onda.**

b) **Determina la fase inicial y escribe la función de onda (utilizando la función seno). ¿Cuál es la velocidad de la boya en el instante $t = 3$ s?**



Solución:

a) **Determina la amplitud, longitud de onda, periodo, frecuencia y velocidad de propagación de la onda.**

Observando la gráfica, vemso que la *amplitud* (A) es la máxima elongación de la boya, que se observa como $A = 0,4$ m (40 cm), y la *longitud de onda* (λ) es la distancia entre dos puntos consecutivos en fase, que es $\lambda = 8$ m (distancia entre dos crestas consecutivas). Asimismo, el *periodo* (T) es el tiempo que tarda la boya en completar una oscilación completa. Dado que pasa de la posición más baja a la más alta en 3 s, y luego regresa a la posición más baja en otros 3 s, el periodo total es:

$$T = 3 \text{ s} + 3 \text{ s} = 6 \text{ s}.$$

La *frecuencia* (f) es el inverso del periodo:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{6 \text{ s}} = 0,1667 \text{ Hz}.$$

La *velocidad de propagación* (v) de la onda es:

$$v = \lambda \cdot f = 8 \text{ m} \cdot 0,1667 \text{ Hz} = 1,333 \text{ m/s}.$$

Por lo tanto, la amplitud es 0,4 m, la longitud de onda es 8 m, el periodo es 6 s, la frecuencia es 0,1667 Hz y la velocidad de propagación es 1,333 m/s.

b) **Determina la fase inicial y escribe la función de onda (utilizando la función seno). ¿Cuál es la velocidad de la boya en el instante $t = 3$ s?**

- La onda se propaga hacia la izquierda, por lo que su función de onda es:

$$y(x, t) = A \sin(kx + \omega t + \varphi),$$

donde:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{8 \text{ m}} = \frac{\pi}{4} \text{ rad/m},$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{6\ \text{s}} = \frac{\pi}{3}\ \text{rad/s}.$$

En la gráfica se observa que la fase inicial es $\varphi = \frac{\pi}{2}$, dado que la onda parte desde la máxima amplitud positiva. La función de onda es:

$$y(x,t) = 0,4\ \text{m} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}x + \frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{2}\right).$$

La velocidad es la derivada de la posición respecto al tiempo:

$$v(x,t) = \frac{\partial y}{\partial t} = 0,4\ \text{m} \cdot \frac{\pi}{3} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}x + \frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Evaluando en $x = 4$ m y $t = 3$ s:

$$v(4,3) = 0,4\ \text{m} \cdot \frac{\pi}{3} \cdot \cos\left(\pi + \pi + \frac{\pi}{2}\right) = 0\ \text{m/s}.$$

Por lo tanto, la fase inicial es $\boldsymbol{\frac{\pi}{2}}$ radianes, la función de onda es $\boldsymbol{y(x,t) = 0,4\ \text{m} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}x + \frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{2}\right)}$, y la velocidad de la boya en $\boldsymbol{t = 3}$ s es 0 m/s.

Problema 4. Física Moderna

En una excavación arqueológica se ha encontrado un tótem de madera cuyo contenido en ^{14}C es el 53% del que tienen las maderas de árboles actuales de la misma zona.

a) **Determina en qué año fue realizado el tótem.**

b) **El isótopo $^{14}_{6}$C se desintegra según $^{14}_{6}\mathrm{C} \to {}^{14}_{7}\mathrm{N} + X$. La partícula X tiene una energía total $E = 0,667$ MeV y una energía cinética $E_c = 0,156$ MeV ¿De qué tipo de radiactividad se trata? Calcula la energía en reposo y la masa de la partícula.**

Datos: periodo de semidesintegración ^{14}C, $T_{1/2} = 5730$ años; carga elemental, $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Solución:

a) **Determina en qué año fue realizado el tótem.**

La actividad del ^{14}C disminuye con el tiempo según la ley de desintegración radiactiva:

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T_{1/2}},$$

donde:

- N es la cantidad de ^{14}C actual en el tótem,
- N_0 es la cantidad inicial de ^{14}C,
- t es el tiempo transcurrido desde que se cortó la madera,
- $T_{1/2}$ es el periodo de semidesintegración del ^{14}C.

Dado que $N = 0{,}53\ N_0$, tenemos:

$$0{,}53 = \left(\frac{1}{2}\right)^{t/5730}.$$

Tomamos logaritmos naturales en ambos lados:

$$\ln(0{,}53) = \left(\frac{t}{5730}\right) \ln\left(\frac{1}{2}\right).$$

Despejamos t:

$$t = 5730 \cdot \frac{\ln(0{,}53)}{\ln\left(\frac{1}{2}\right)} = 5730 \cdot \frac{-0{,}6349}{-0{,}6931} = 5730 \cdot 0{,}9161 = 5250 \text{ años.}$$

Por lo tanto, el tótem fue realizado hace aproximadamente 5250 años.

b) **El isótopo $^{14}_{6}$C se desintegra según $^{14}_{6}\mathrm{C} \to {}^{14}_{7}\mathrm{N} + X$. La partícula X tiene una energía total $E = 0,667$ MeV y una energía cinética $E_c = 0,156$ MeV ¿De qué tipo de radiactividad se trata? Calcula la energía en reposo y la masa de la partícula.**

El número atómico aumenta en 1 ($6 \to 7$) mientras que el número másico permanece igual ($14 \to 14$). Esto indica que se emite una partícula β^- (electrón). Por lo tanto, se trata de *radiactividad beta negativa*. Calculamos la energía en reposo (E_0) de la partícula X:

$$E = E_0 + E_c \quad \Rightarrow \quad E_0 = E - E_c = 0{,}667 \text{ MeV} - 0{,}156 \text{ MeV} = 0{,}511 \text{ MeV}.$$

Sabemos que $E_0 = mc^2$, por lo tanto:

$$m = \frac{E_0}{c^2} = \frac{0{,}511 \text{ MeV}}{(3 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2}.$$

Convertimos E_0 a julios:

$$E_0 = 0{,}511 \text{ MeV} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-13} \text{ J/MeV} = 8{,}187 \cdot 10^{-14} \text{ J}.$$

Ahora calculamos m:

$$m = \frac{8{,}187 \cdot 10^{-14} \text{ J}}{(3 \cdot 10^{8} \text{ m/s})^2} = 9{,}109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

Por lo tanto, la partícula X es un electrón, se trata de radiactividad beta negativa, su energía en reposo es 0,511 MeV y su masa es $9{,}109 \cdot 10^{-31}$ kg.